Ministerio de Educación
Gobierno de Chile

Guía de Aprendizaje Nº 4

FUNCIÓN LINEAL Y AFÍN

Educación Matemática
Primer nivel o ciclo de Educación Media
Educación para Personas Jóvenes y Adultas

Guía de Aprendizaje Nº 4

FUNCIONES LINEALES Y AFÍN, ÁNGULOS Y RECTAS

Educación Matemática
Primer nivel o ciclo de Educación Media
Educación para Personas Jóvenes y Adultas

Avda. Bernardo O'Higgins 1371, Santiago de Chile

Guía de Aprendizaje N°4

FUNCIONES LINEALES Y AFĪN, ĀNGULOS Y RECTAS
Primer Nivel o Ciclo de Educación Media
Educación para Personas Jóvenes y Adultas

Primera edición, año 2013
Inscripción N°

Autores:
Mauricio Huircan Cabrera
Katherina Carmona Valdés

Colaboradores:
Nicolás de Rosas Cisterna, Rosita Garrido Labbé,
María Angélica Contreras Fernando, Pablo Canales Arenas y Carolina Marambio Cárcamo.
Walter Roberto Valdivieso Sepúlveda, Manuel Ernesto Urzúa Bouffanais.

Edición:
Jose Luis Moncada Campos

Revisión editorial matemática:
Carla Falcón Simonelli

Coordinación Nacional de Normalización de Estudios
División de Educación General

Impreso por:
RR Donnelley

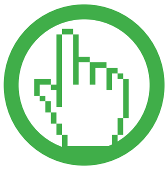
Año 2013
Impresión de 99.000 ejemplares

Iconografía

 **Información**

 **Atención**

 **Tips**

 **Página Web**

 **Actividad**

 **Actividad en el cuaderno**

 **Evaluación**

Presentación

Cuando una persona aprende matemática, aprende también una forma particular de ver el mundo y reconocer la realidad. Comprender una disciplina como la matemática es necesaria para insertarse adecuadamente en el mundo actual; pensar en forma lógica y sistemática; razonar deductivo e inductivo, nos sirve para solucionar problemas que generan demandas cognitivas cotidianas a las que debes dar respuesta y comunicar las soluciones. Este tipo de comunicación es otro trascendente conjunto de habilidades para los cuales es fundamental el aprendizaje de la matemática y su lenguaje. Representar, modelar e interpretar, por ejemplo, son aspectos de la comunicación que ejercitarás en esta guía de aprendizaje.

El material educativo que la Unidad de Normalización de Estudios del Ministerio de Educación (Mineduc) pone a su disposición está orientado a apoyar el proceso de aprendizaje de jóvenes y adultos, entregando herramientas matemáticas para modelar situaciones de la vida real y resolver problemas.

La guía de ejercicios está dividida en dos secciones:

– La primera, desarrolla el tratamiento de funciones lineales y afines, mediante situaciones problemas de la vida cotidiana.

– La segunda parte trata algunos elementos básicos de geometría, como ángulos y rectas, aplicados en situaciones de la realidad.

Le invitamos a tomar el desafío de aprender matemática y trabajar de forma sistemática, para adquirir herramientas útiles que le permitirán comprender y resolver situaciones de su vida cotidiana.

Guía de trabajo Nº 1

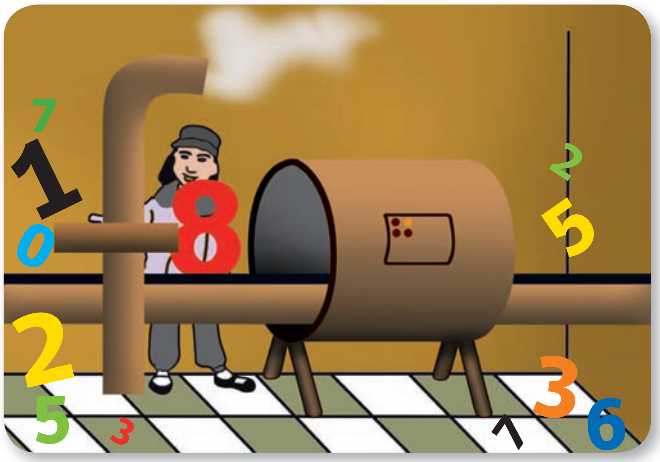
La función lineal y afín

Contenidos

- Función lineal y afín en variados contextos, su notación y su gráfica.
- Concepto de dominio, recorrido o imagen y relación.
- Puntos en el plano cartesiano.
- Evaluación y tabulación de funciones.
- Gráfico de rectas.
- Pendientes.
- Coeficiente de posición.
- Rectas paralelas y rectas perpendiculares.
- Construcción de la ecuación de la recta que pasa por dos puntos dados.
- Ecuación punto-pendiente.
- Resolución de problemas que se resuelven mediante funciones lineales y afines.

INTUITIVAMENTE DAREMOS RESPUESTA A LA PREGUNTA ¿QUÉ ES UNA FUNCIÓN?

Una función es la relación que existe entre dos variables, relacionadas a través de una expresión matemática. Podemos asemejarla a una fábrica de números, de tal manera que ingresamos materia prima (números) y obtenemos como producto otros números.



Una función se denota con el término $f(x)$ y se lee función de x.

Ejemplos :

1) Función el doble de un número:

   A) $f(3) = 6$

   B) $f(5) = 10$

2) Función el inverso aditivo de un número:

   A) $f(3) = -3$

   B) $f(-5) = 5$

3) Función un número incrementado en tres:

   A) $f(4) = 7$

   B) $f(1) = 4$

ACTIVIDAD

Escriba qué representan las siguientes funciones, qué son matemáticamente y cómo se leen:

1) $f(9)$ →

2) $h(-5)$ →

3) $k(0)$ →

LAS FUNCIONES REALIZAN DISTINTAS ACCIONES.

Veremos cómo las funciones realizan acciones mediante operaciones matemáticas.

Ejemplos:

1) La función k definida como : $k(x) = 7x$ ← Multiplica por 7 el número introducido

2) La función f definida como : $f(x) = -2x + 3$ ← Multiplica por -2 el número introducido y *Suma* 3

3) La función g definida como: $g(x) = 8x - 6$ ← Multiplica por 8 el número introducido, y *resta* 6

ACTIVIDAD **Escriba las operaciones que realizan las siguientes funciones:**

1) La función t definida como: $t(x) = 3x$

2) La función s definida como: $s(x) = 9x - 10$

3) La función g definida como: $g(x) = 8x + 3$

FUNCIÓN

Formalmente, una **función** es una relación entre dos variables de manera que a cada valor de la primera, le corresponde un único valor en la segunda. A estas variables se les denomina:

Independiente: Corresponde a la primera variable y se le suele asignar la letra x.

Dependiente: Es la que se deduce de la variable independiente y se le suele designar con la letra y, o como $f(x)$.

ELEMENTOS DE UNA FUNCIÓN

Una función $f\,(\,)$ está constituida por: El dominio y el recorrido.

Elementos de una función → Dominio.
Elementos de una función → Recorrido.

Analizaremos cada uno de estos conceptos:

- Llamaremos **dominio de la función y lo escribiremos** $Dom\ f\,(\,)$ al conjunto de todos los valores que puede tomar la variable independiente.
- El conjunto formado por los valores que puede tomar la variable dependiente se denomina **recorrido o imagen de la función y lo escribiremos** $Rec\ f\,(\,)$ o $Im\ f\,(\,)$.
- Una función es una **relación** que asigna a cada elemento del dominio uno y solo un elemento del recorrido.

TIPS

En el ejemplo de la máquina:

1) El dominio: Son todos los valores que podemos introducir en ella.
2) El recorrido: Son todos los posibles resultados.

FUNCIONES EN LA VIDA COTIDIANA

A continuación veremos algunos ejemplos de situaciones en las que se utilizan funciones lineales y afines.

Ejemplo

1) Existe una relación entre el número de minutos que hablamos cuando realizamos una llamada desde un celular de prepago y el monto de dinero que debemos pagar. En cierta compañía si habla un minuto debe pagar \$ 80, si habla 2 minutos \$ 160, y así sucesivamente.

Esta situación se puede representar como una función que relaciona la variable **«número de minutos hablados»** con la variable **«monto que pagamos a la compañía».**

En este caso, el número de minutos hablados será la variable independiente x, y el monto que cancelaremos será la variable dependiente $y = f(x)$, porque depende del número de minutos que hablamos.

Al representar esta situación como una función tenemos:

$$f(x) = 80x$$

Valor que pagamos a la compañía.

Valor del minuto multiplicado por el número de minutos hablados.

Si analizamos el **dominio** de esta función, es decir, el conjunto de valores que puede tomar la variable independiente asignada por x, nos debemos centrar en lo que esta variable representa, en este caso el número de minutos. Esto indica que x puede tomar solo valores positivos y el cero, por lo tanto, el dominio de la función será el conjunto los números reales no negativos.

Si analizamos el **recorrido** de esta función, es decir, los valores que puede tomar la variable dependiente $f(x)$, debemos observar que el valor $f(x)$ se obtiene de multiplicar 80 por x, donde x será un número positivo, debido a esto solo obtendremos valores positivos y por lo tanto el recorrido de la función será el conjunto los números reales positivos.

Actividad en el cuaderno

Escriba tres situaciones cotidianas, semejantes al ejemplo entregado, que puedan representarse como una función y analice su dominio y recorrido.

ACTIVIDAD **Resuelva las siguientes situaciones:**

1) Luego de su cumpleaños, Benjamín ha decidido donar la tercera parte del dinero que recibió de regalo de sus familiares a una fundación. Considerando las variables cantidad de dinero recibido por Benjamín y cantidad de dinero que donará Benjamín.

a) ¿Cuál es la variable dependiente en esta situación?

....

....

b) ¿Cuál es la variable independiente en esta situación?

....

....

c) Exprese como función, la relación entre ambas variables:

....

....

2) El dueño de una mueblería paga a los carpinteros un sueldo base de $ 250.000 más $ 5.000 por cada mueble terminado. Considere las variables, sueldo de un carpintero, y cantidad de muebles terminados.

a) ¿Cuál es la variable dependiente en esta situación?

....

....

b) ¿Cuál es la variable independiente en esta situación?

....

....

c) Exprese como función, la relación entre ambas variables:

....

....

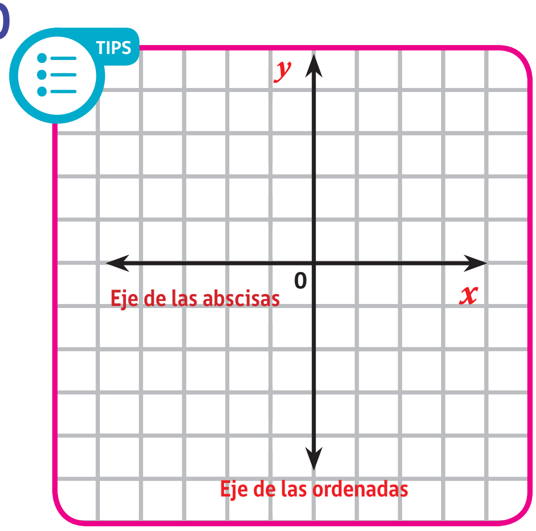
PUNTOS EN EL PLANO CARTESIANO

Un punto del plano cartesiano P(x, y) se dice que tiene coordenadas en el eje x (eje de las abscisas) y en el eje y (eje de las ordenadas). Al par ordenado (x, y), se le denomina coordenadas del punto en el plano cartesiano.

Un punto se ubica en el plano cartesiano en base a sus coordenadas.

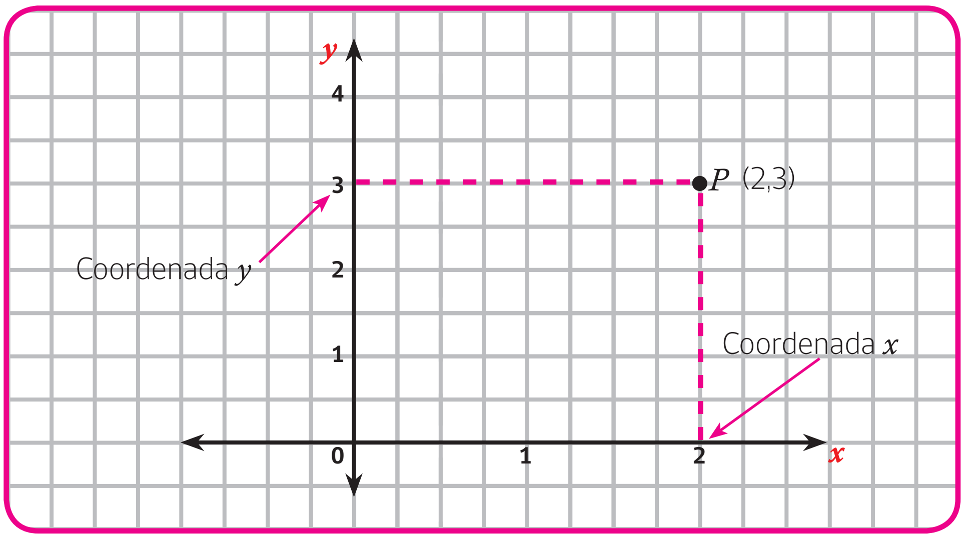
$$P(x, y)$$

Coordenada x Coordenada y

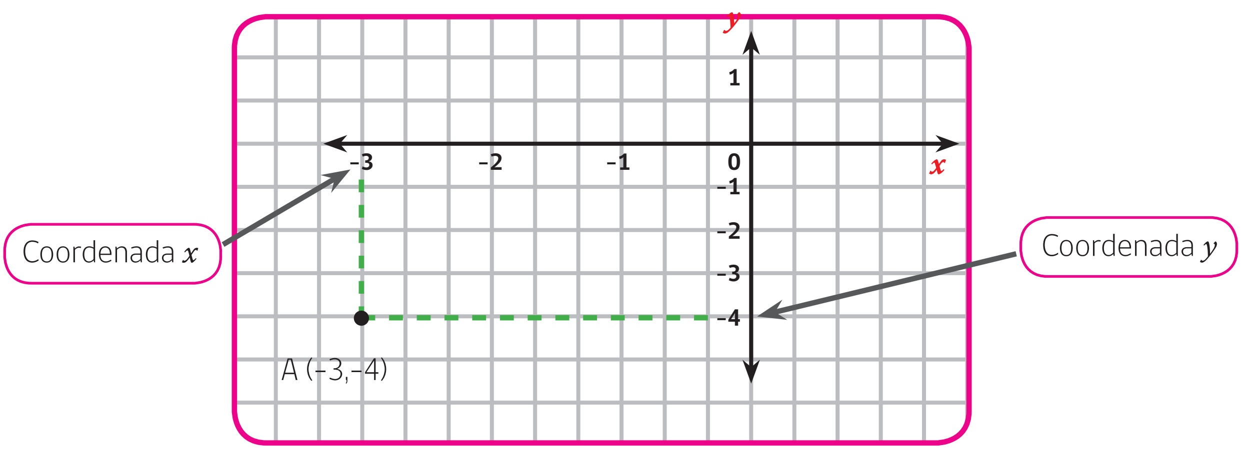


Ejemplos:

1) El punto de la imagen es el punto P(2, 3), porque su coordenada x es 2 y su coordenada y es 3.

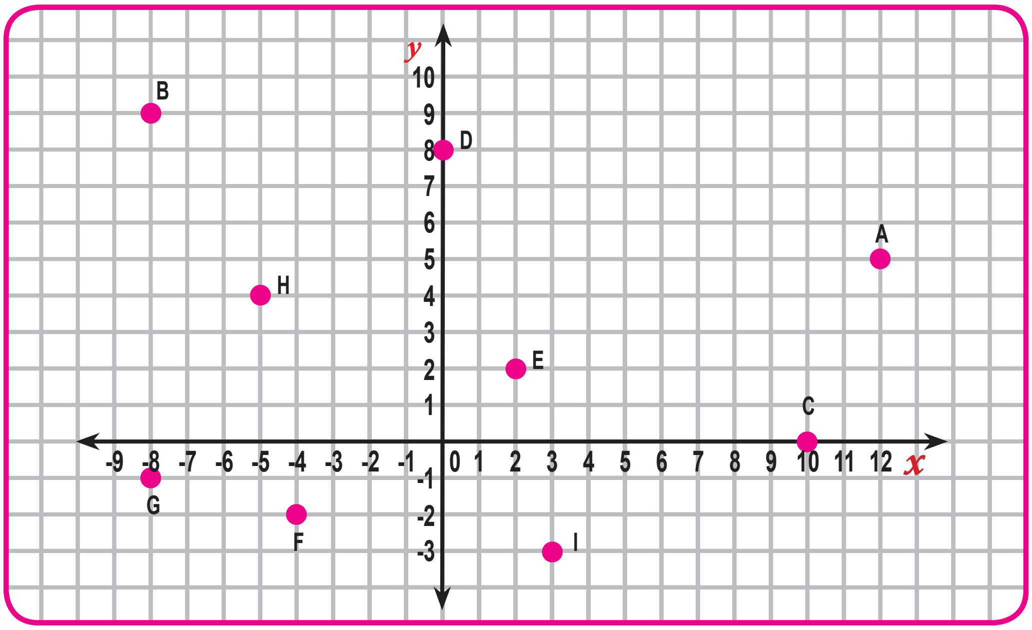


2) El punto de la imagen es el punto A (-3, -4), porque su coordenada x es -3 y su coordenada y es -4.



ACTIVIDAD **Realice los siguientes ejercicios:**

1) Escriba las coordenadas de los puntos que aparecen en el siguiente plano cartesiano.



A (,)

B (,)

C (,)

D (,)

E (,)

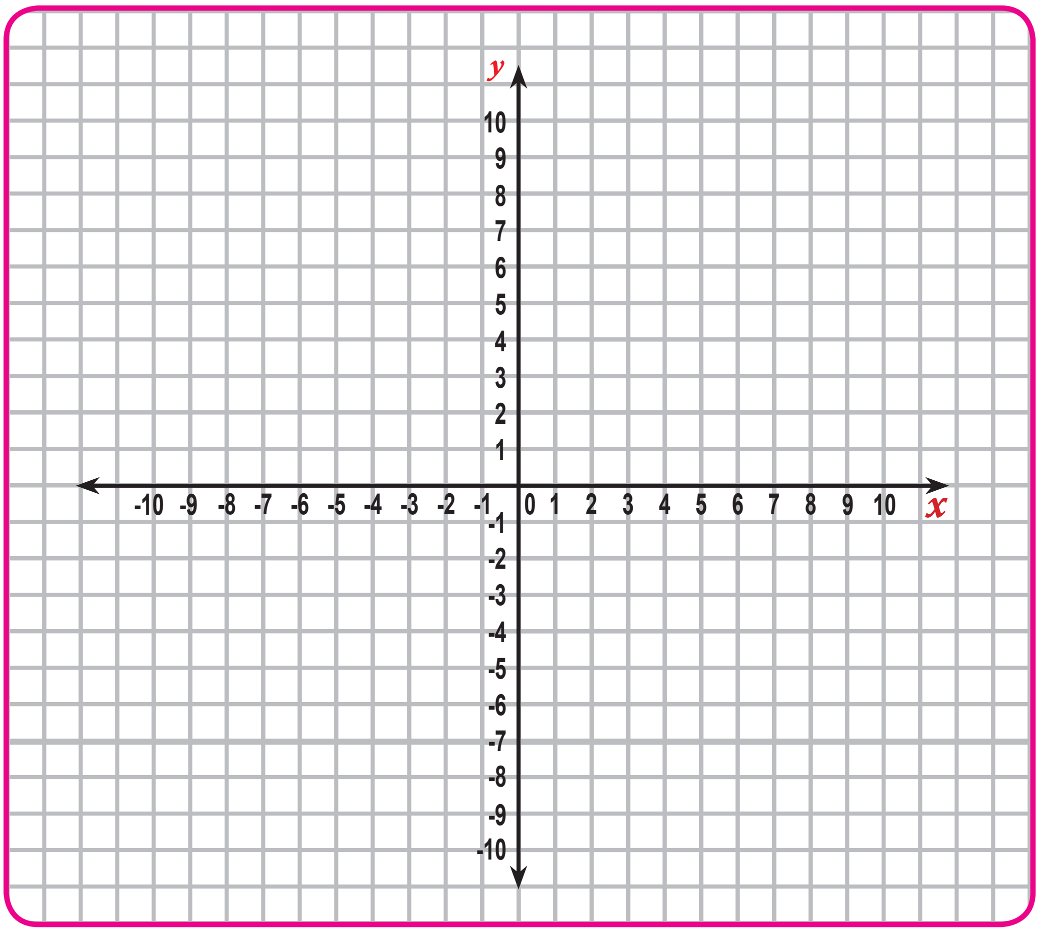
F (,)

G (,)

H (,)

I (,)

2) Ubica en el plano cartesiano los puntos dados.



A (6, 10)

B (-6, 5)

C (10, 10)

D (3, -2)

E (8, -4)

F (-1, -1)

G (6, 0)

H (0, -2)

I (-8, -10)

J (-10, 7)

FUNCIÓN AFÍN

Se denomina función afín a aquella de la forma:

$$f(x) = mx + n$$

Donde m y n son números reales distintos de cero.

Ejemplo

1) Juan es un taxista que cobra $280 por bajada de bandera y $ 60 por cada tramo de 200 metros recorridos. Si llamamos x al número de tramos recorridos, la función que permite determinar el costo de un viaje en el taxi de Juan es:

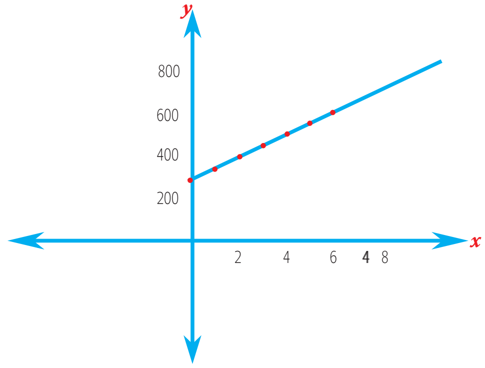
$$f(x) = 60x + 280$$

Variables involucradas: $f(x)$ cantidad de dinero a pagar por viaje, x cantidad de tramos recorridos.

Tabla de valores

x (tramos)	$f(x)$ $
0	280
1	340
2	400
3	460
4	520
5	580
6	640

Gráfica de la función



FUNCIÓN LINEAL

La forma algebraica de la función lineal puede representarse de la siguiente manera:

$$f(x) = mx$$

Donde m es un número real distinto de cero.

Ejemplo:

1) Francisco acompañó a su padre a comprar y ha visto que 1 kg de tomates vale $ 500. Al preguntar cómo se calcula el precio para diferentes kilos de tomates su padre le explica que debe relacionar el número de kilos de tomates con el precio final.

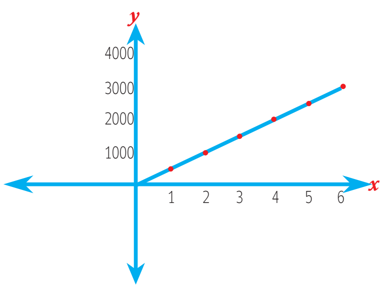
Las variables en esta situación son **«número de kilogramos»** (variable independiente) y **«precio»** (variable dependiente). Si llamamos x al número de kilogramos y $f(x)$ al precio, la función que las relaciona es la función lineal, que se expresa de la siguiente manera:

$$f(x) = 500x$$

Tabla de valores

x (kilogramos)	$f(x)$ $
0	0
1	500
2	1000
3	1500
4	2000
5	2500
6	3000

Gráfica de la función



TIPS

En una función lineal la relación entre la variable independiente y dependiente es de proporcionalidad directa, en la relación de la función afín esta condición cambia por la condición inicial de la función.

ACTIVIDAD **Resuelva las siguientes situaciones:**

1) En algunas ocasiones, el valor que cancelamos cuando abordamos un taxi, es la suma del costo fijo por subir al taxi de $250 (bajada de bandera) más un costo de $120 por cada 200 metros recorridos.

a) ¿Cuál es la variable dependiente en esta situación?

....

....

b) ¿Cuál es la variable independiente en esta situación?

....

....

c) Escriba el valor a cancelar a un taxista como función.

....

....

d) ¿Es una función lineal o afín?

....

....

e) ¿Cuál es el dominio y el recorrido de esta función?

....

....

f) ¿Cuál es el valor a cancelar en un recorrido de 2,2 km?

....

....

2) Un alumno faltó a una clase de matemática y decidió sacar fotocopias al cuaderno de su compañero. Si cada fotocopia vale $ 18 y debe calcular cuánto dinero necesita para pagar las fotocopias, responda las siguientes preguntas:

a) ¿Cuál es la variable dependiente en esta situación?

....

....

b) ¿Cuál es la variable independiente en esta situación?

....

....

c) Escriba el valor que el estudiante debe pagar por fotocopias como función.

....

....

d) ¿Es una función lineal o afín?

....

....

e) ¿Cuál es el dominio y el recorrido de esta función?

....

....

f) ¿Cuál es el valor a cancelar por 15 fotocopias?

....

....

EVALUACIÓN DE FUNCIONES

Evaluar una función consiste en determinar el valor de la variable dependiente, dado el valor de la variable independiente.

Si la función se escribe como $f(x)$, la función evaluada para un valor numérico, como 5, se escribe $f(5)$.

Para realizar la evaluación se sustituye el valor numérico en donde aparece la variable x y se realizan las operaciones aritméticas necesarias.

Ejemplos:

1) Evaluar la función $f(x) = 2x + 8$ cuando el valor numérico de x es 5.

$f(5) = 2 \cdot 5 + 8$

$f(5) = 10 + 8$

$\boxed{f(5) = 18}$

2) Si $f(x) = -3x - 1$ **¿cuál es el valor de $f(-4)$?**

$f(-4) = -3 \cdot (-4) - 1$

$f(-4) = 12 - 1$

$\boxed{f(-4) = 11}$

3) Si $x = \frac{1}{3}$, evalúe la función $f(x) = -\frac{7}{5}x - \frac{1}{2}$

$$f\left(\frac{1}{3}\right) = \frac{-7}{5} \cdot \frac{1}{3} - \frac{1}{2}$$

$$f\left(\frac{1}{3}\right) = -\frac{7}{15} - \frac{1}{2}$$

$$f\left(\frac{1}{3}\right) = \frac{-14 - 15}{30}$$

$$\boxed{f\left(\frac{1}{3}\right) = \frac{-29}{30}}$$

4) El valor de la función $f(x) = -3{,}2x - 8{,}7$ en $x = -1{,}6$

$f(-1{,}6) = -3{,}2 \cdot -1{,}6 - 8{,}7$

$f(-1{,}6) = 5{,}12 - 8{,}7$

$\boxed{f(-1{,}6) = -3{,}58}$

5) Evaluar la función $f(x) = 2x + 1$ en $x = a$

$f(a) = 2 \cdot a + 1$

$\boxed{f(a) = 2a + 1}$

6) Claudia quiere invitar a tres de sus amigas al cine y la entrada al cine más cercano a su casa tienen un costo de $ 3.500.

¿Cuál es la variable dependiente e independiente?
Una variable dependiente que se identifica en esta situación es **«el valor que cancelará Claudia por el total de las entradas al cine»**, que depende de la variable independiente x, que representa **«número de amigas que Claudia invitará al cine».**
La función que relaciona estas variables es la función lineal $f(x) = 3500x$

Evaluar la función es útil para saber cuánto dinero tendrá que cancelar según el número de amigos que invite.

a) ¿Cuál es el valor que debe cancelar Claudia por 3 entradas?

Al evaluar la función en $x = 3$ lo sabremos:

$$f(3) = 3.500 \cdot 3$$
$$= \$\ 10.500$$

Respuesta:
Si Claudia invita a 3 amigas al cine debe cancelar $ 10.500 por las entradas.

b) ¿Cuánto pagará Claudia si invita a 5 amigas?

Al evaluar la función en $x = 5$ sabremos el valor que debe cancelar por las 5 entradas:

$$f(5) = 3.500 \cdot 5$$
$$= 17.500$$

Respuesta:
Si Claudia invita a 5 amigas al cine debe cancelar $ 17.500 por las entradas.

7) El sueldo de un vendedor está dado por la función lineal $y = f(x) = 0{,}1\,x + 300.000$, donde x representa el valor de las ventas que el vendedor realizó durante el mes. Si vendió $ 100.000 durante el mes de julio, **¿cuál fue el sueldo que recibió ese mes?**

Solución:
Para saberlo evaluaremos la función en 100.000

$$f(100.000) = 0{,}1 \cdot 100.000 + 300.000$$
$$= 10.000 + 300.000$$
$$= 310.000$$

Respuesta:
El sueldo del vendedor en el mes de julio fue de $ 310.000

ACTIVIDAD **Realice los siguientes ejercicios:**

1) Evalúe la función $f(x) = 5x + 9$ en $x = 1$ y en $x = \frac{1}{5}$

2) Si $f(x) = 2x - 6$, evalué la función en $x = -7$ y en $x = 0{,}5$

3) si $x = 3$, ¿Cuál es el valor de la función $f(x) = -6x + 8$?

4) Evalúe la función $f(x) = \frac{3}{1}$ x $+ \frac{1}{2}$ en $x = \frac{2}{3}$

5) si $f(x) = \frac{2}{3}x + \frac{3}{7}$, ¿cuál es el valor de $f\frac{3}{2}$ y $f\left(\frac{5}{2}\right)$?

6) Un recipiente vacío comienza a llenarse con agua a ritmo constante. Al cabo de un minuto la altura del nivel del agua es de 3 cm. A los dos minutos, de 6 cm, y así, sucesivamente.

a) Escriba una función que represente la altura del nivel del agua, considerando el tiempo transcurrido.

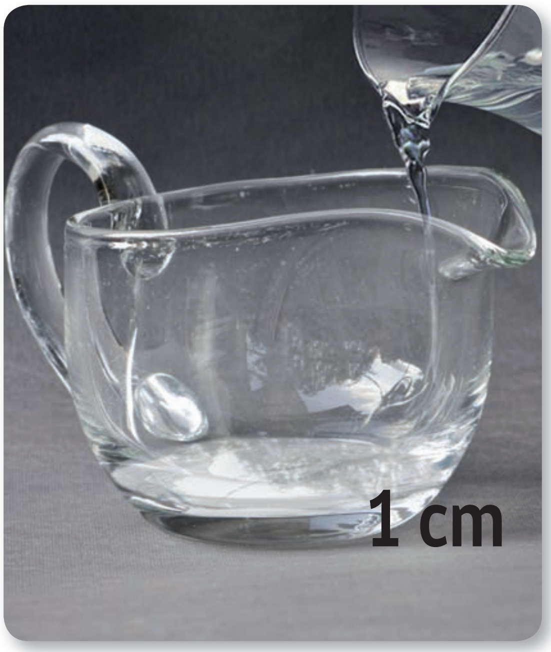
b) ¿Es una función lineal o afín?

c) En esta situación **¿qué significa $f(4)$?**

d) Al cabo de 6 minutos, **¿cuál es la altura del nivel del agua?**

7) Un recipiente que contiene 100 mm de agua (1 cm de altura), comienza a llenarse a un ritmo constante de 3 cm por minuto. Responda:

a) ¿Cuál es la función que representa el nivel del agua en cada instante?



b) ¿Es una función lineal o afín?

c) En esta situación **¿qué significa $f(4)$?**

d) A los 6 minutos desde que el recipiente comienza a llenarse, **¿cuál es la altura del nivel del agua?**

TABULACIÓN DE VALORES DE UNA FUNCIÓN

Para realizar una tabla de valores de una función debemos elegir un conjunto de valores de la variable independiente y evaluar la función en cada uno de esos valores. Esta tabla nos ayudará a organizar datos y a graficar, pues con ella obtendremos los puntos que debemos ubicar en el plano cartesiano para realizar la gráfica de la función.

Ejemplos:

1) Realizaremos una tabla de valores para la función $f(x) = 5x + 1$

Primero elegimos un conjunto de números para la variable independiente, por ejemplo $\{ -1,0,1,2,3,4 \}$

Luego evaluamos la función en cada uno de esos valores, es decir calculamos $f(-1)$, $f(0)$, $f(1)$, $f(2)$, $f(3)$ y $f(4)$

Finalmente escribimos el punto que se representa de forma $(x, f(x))$.

x	**Evaluamos** $f(x) = 5x + 1$	$f(x)$	**Par ordenado** $(x, f(x))$.
-1	$f(-1) = 5 \cdot (-1) + 1 = -5 + 1 = -4$	-4	(-1, -4)
0	$f(0) = 5 \cdot 0 + 1 = 0 + 1 = 1$	1	(0, 1)
1	$f(1) = 5 \cdot 1 + 1 = 5 + 1 = 6$	6	(1, 6)
2	$f(2) = 5 \cdot 2 + 1 = 10 + 1 = 11$	11	(2, 11)
3	$f(3) = 5 \cdot 3 + 1 = 15 + 1 = 16$	16	(3, 16)
4	$f(4) = 5 \cdot 4 + 1 = 20 + 1 = 21$	21	(4, 21)

Habitualmente verá esta tabla resumida, con las columnas x y $f(x)$, en este caso:

x	$f(x)$
-1	-4
0	1
1	6
2	11
3	16
4	21

2) Completaremos una tabla con los sueldos de un corredor de propiedades de una empresa que recibe $ 300.000 más un 2 % de las ventas de casas que realice en un mes:

Primero, podemos identificar que si x representa el monto de las ventas realizadas en millones de pesos la función que representa el sueldo del corredor de propiedades es:

$$f(x) = \frac{2}{100} \cdot x \cdot 1.000.000 + 300.000$$ ← Simplificando esta expresión

$$f(x) = \frac{2}{1\cancel{00}} \cdot x \cdot 1.000.0\cancel{00} + 300.000$$

$$\boxed{f(x) = 20.000x + 300.000}$$

TIPS

$20\% \longrightarrow \frac{2}{100}$

Luego elegiremos posibles cantidades de ventas. Acá nos podemos dar cuenta que es imposible realizar ventas por cantidades negativas, por lo tanto elegimos números positivos para evaluar la función.

Luego, evaluamos la función en los valores elegidos.

x	Evaluamos $f(x) = 20.000x + 300.000$	$f(x)$	Par ordenado $(x, f(x))$
0	$f(0) = 20.000 \cdot 0 + 300.000 = 300.000$	300.000	(0, 300.000)
10	$f(10) = 20.000 \cdot 10 + 300.000 = 500.000$	500.000	(10, 500.000)
15	$f(15) = 20.000 \cdot 15 + 300.000 = 600.000$	600.000	(15, 600.000)
30	$f(30) = 20.000 \cdot 30 + 300.000 = 900.000$	900.000	(30, 900.000)

La tabla resumida de esta situación es:

x	$f(x)$
0	300.000
10	500.000
15	600.000
30	90.000

Los pares ordenados nos entregan la siguiente información:

(0, 300.000) ⟶ Si el corredor no vende, recibirá un sueldo de $ 300.000.

(10, 500.000) ⟶ Si el corredor vende 10 millones de pesos recibirá un sueldo de $ 500.000.

(30, 900.000) ⟶ Si el corredor vende 30 millones de pesos recibirá un sueldo de $ 900.000.

ACTIVIDAD **Complete cada tabla de valores para las siguientes funciones:**

a) $f(x) = 3x + 4$

x	Evaluamos $f(x) = 3x + 4$	$f(x)$	Par ordenado $(x, f, (x))$
-3			
-2			
-1			
0			
1			
2			

Resumiendo

x	$f(x)$
-3	
-2	
-1	
0	
1	
2	

b) $f(x) = 7x - 2$

x	Evaluamos $f(x) = 7x - 2$	$f(x)$	Par ordenado $(x, f, (x))$
-20			
-10			
0			
10			
20			
30			

Resumiendo

x	$f(x)$
-20	
-10	
0	
10	
20	
30	

c) $f(x) = -3x - 10$

x	Evaluamos $f(x) = -3x - 10$	$f(x)$	Par ordenado $(x, f, (x))$
-8			
-4			
-2			
0			
6			

Resumiendo

x	$f(x)$
-8	
-4	
-2	
0	
6	

d) $f(x) = \frac{3}{4}x + 5$

Elija los valores en que evaluará la función y complete la tabla.

x	Evaluamos $f(x) = \frac{2}{9}x + \frac{1}{5}$	$f(x)$	Par ordenado $(x, f, (x))$

Resumiendo

x	$f(x)$

e) $f(x) = \frac{6}{5}x + \frac{1}{3}$

Elija los valores en que evaluará la función y complete la tabla.

x	Evaluamos $f(x) = \frac{6}{5}x + \frac{1}{3}$	$f(x)$	Par ordenado $(x, f, (x))$

Resumiendo

x	$f(x)$

Actividad en el cuaderno

Al dueño de un local comercial le pagarán \$ 30.000 más el 50 % de lo que se recaude mensualmente, por instalar en su local una máquina tragamonedas. La función que representa el dinero que recibirá es:

$f(x) = \frac{50}{100}x + 30.000$, donde x representa la cantidad de dinero recaudada con la máquina en miles de pesos.

a) Complete una tabla de la situación.

b) Explique la información que entregan los pares ordenados.

TIPS

30.000 más el 50 % de lo que se recaude, lo podemos expresar con la función:

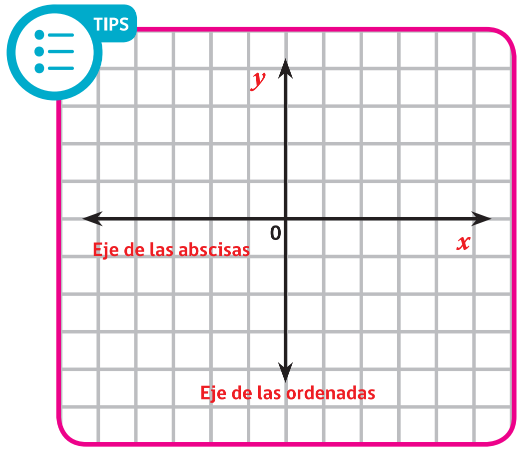
$f(x) = \frac{50}{100}x + 30.000$

Al simplificar la fracción obtenemos:

$f(x) = \frac{x}{2} + 30.000$

GRÁFICO DE RECTAS

Las funciones lineales o afines pueden llevarse a un gráfico en el plano cartesiano, y veras que en ambos casos sus gráficas corresponden a líneas rectas.



Para graficar una recta realizaremos los siguientes pasos:

a) Completar una tabla resumida de la función
b) Ubicar en el plano cartesiano los pares ordenados de la función.
c) Unir los puntos que se graficaron a través de una línea recta.

Ejemplo:

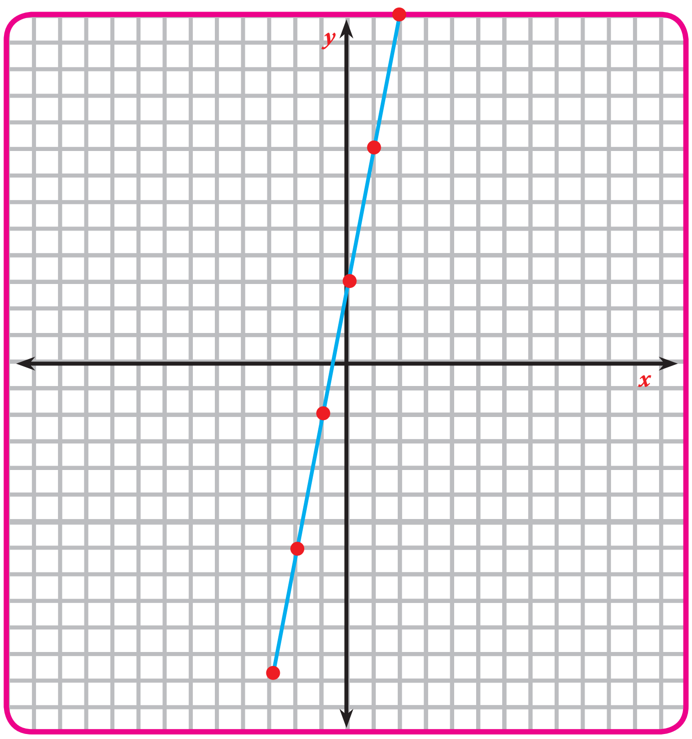
1) Graficaremos la recta $y = 5x + 3$

a) Completamos una tabla de la función

x	Evaluamos $f(x) = 5x - 3$	$f(x)$	Par ordenado $(x, f, (x))$
-3	$f(-3) = 5 \bullet (-3) + 3 = 15+3 = -12$	-12	(-3, -12)
-2	$f(-2) = 5 \bullet (-2) + 3 = 10+3 = -7$	-7	(-2, -7)
-1	$f(-1) = 5 \bullet (-1) + 3 = -5 + 3 = - 2$	-2	(-1, -2)
0	$f(0) = 5 \bullet 0 + 3 = 0 + 3 = - 2$	3	(0, 3)
1	$f(1) = 5 \bullet 1 + 3 = 5 + 3 = 8$	8	(1, 8)
2	$f(2) = 5 \bullet 2 + 3 = 10 + 3 = 13$	13	(2, 13)

b) Ubicamos los puntos obtenidos en un plano cartesiano.

c) Trazamos la recta que pasa por los puntos.



Actividad en el cuaderno

Realice los siguientes ejercicios:

1) Grafique las siguientes funciones lineales:

a) $f(x) = 2x$

b) $f(x) = -5x$

c) $f(x) = 3x$

d) $f(x) = -x$

Observe los gráficos y escriba características comunes de las gráficas de las funciones lineales.

2) Grafique las siguientes funciones afines:

a) $f(x) = 2x - 3$

b) $f(x) = x - 4$

c) $f(x) = 3x + 2$

d) $f(x) = -4x + 10$

Observe los gráficos y escriba características comunes de las gráficas de las funciones afines.

3) Escriba la diferencia entre las gráficas de las funciones lineales y afines.

DE_6006 MAT_27.pdf 27 29-10-13 11:41

GRÁFICA DE UNA RECTA A PARTIR DE DOS PUNTOS.

Para poder graficar una función lineal o afín, se requiere construir una tabla de valores con al menos dos puntos de coordenadas, los puntos más relevantes son cuando x=0 y cuando $f(x)$ = 0.

Cuando x=0 es el punto en el cual la recta corta al eje de las ordenadas.
Cuando y = $f(x)$ = 0 es el punto en el cual la recta corta al eje de las abscisas.

Ejemplo:
Graficar la función afín $f(x)$= $-2x+4$

1) Determinemos los dos puntos más relevantes de la función afín.

a) Cuando $x = 0$

$$\begin{aligned} f(0) &= -2 \bullet 0 + 4 \\ &= 0 + 4 \\ &= 4 \end{aligned}$$

El primer punto encontrado corresponde al par ordenado (0,4)

b) Busquemos el segundo punto, cuando $f(x)$ = 0,

$$f(x) = -2x + 4$$

Igualamos la función a cero $\quad 0 = -2x + 4$

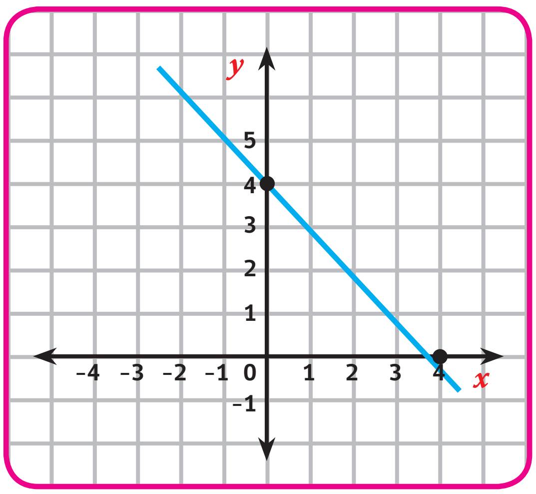
Despejamos $\quad 2x = 4$

$$x = 2$$

El segundo punto encontrado corresponde al par ordenado (2,0)

2) Realizamos una tabla con estos datos:

x	$f(x)$
0	4
2	0



d) Ubicamos los puntos obtenidos en el plano cartesiano y trazamos la recta que pasa por esos puntos

TIPS
Por dos puntos en el plano pasa una única recta.

Actividad en el cuaderno
Grafique las siguientes funciones afines mediante dos puntos que se encuentren sobre los ejes coordenados:

a) $f(x) = 2x + 6$ **b)** $f(x) = -5x$ **c)** $f(x) = -3x + 12$

COEFICIENTE DE POSICIÓN Y PENDIENTE DE UNA RECTA

En una función que representa una recta tenemos:

$f(x) = mx + n$

m: pendiente $\quad$ n: coeficiente de Posición

TIPS

m: pendiente, es la inclinación que la recta tiene respecto del eje de abscisas

n: coeficiente de posición, es el valor en el cual la recta corta al eje de las ordenadas.

Donde m y $n \in \mathbb{R}$

Ejemplos:

1) Dada la función afín $f(x)=2x+8$, grafiquemos esta función:

Tabla de valores resumida

x	$f(x)$
0	8
-4	0

Pendiente $\quad m = \dfrac{\Delta y}{\Delta x} = \dfrac{y_2 - y_1}{x_2 - x_1}$

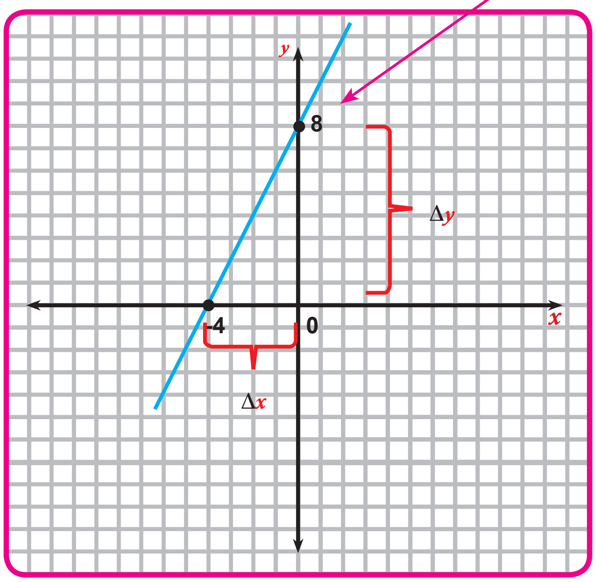
$$m = \frac{8 - 0}{0 - {}^{-}4}$$

$$m = \frac{8}{4}$$

$$m = 2$$

Gráfica de la función

Coeficiente de Posición (n)



ACTIVIDAD

En las siguientes funciones afines indique el valor de la pendiente y el valor del coeficiente de posición (simplifique si es necesario):

1) $f(x) = -8x + 2$

m = Pendiente = ☐ $\quad$ n = Coeficiente de posición = ☐

2) $f(x) = 5x - 16$

m = Pendiente = ☐ $\quad$ n = Coeficiente de posición = ☐

3) $f(x) = \dfrac{-15x - 10}{5}$

m = Pendiente = ☐ $\quad$ n = Coeficiente de posición = ☐

CASO PARTICULAR

En una función lineal el coeficiente de posición siempre es cero

Ejemplo

En las siguientes funciones lineales indique el valor de la pendiente y el valor del coeficiente de posición (simplifique si es necesario):

1) $f(x) = 10x$

m = pendiente = 10

n = coeficiente de posición = 0

2) $f(x) = \frac{-9}{12}x$

m = pendiente = $\frac{\cancel{-9}}{\cancel{12}} = \frac{-3}{4}$

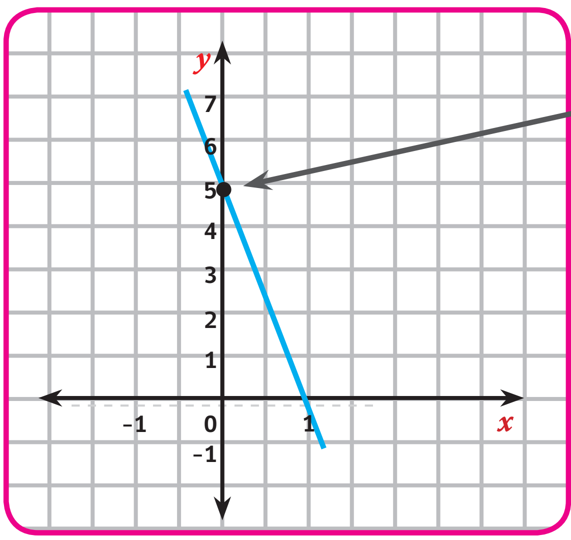
n = coeficiente de posición = 0

ACTIVIDAD **En las siguientes funciones lineales indique el valor de la pendiente y el valor del coeficiente de posición (simplifique si es necesario):**

1) $f(x) = 11x$ — m = Pendiente = ☐ — n = Coeficiente de Posición = ☐

2) $f(x) = \frac{6}{10}x$ — m = Pendiente = ☐ — n = Coeficiente de Posición = ☐

COEFICIENTE DE POSICIÓN DE UNA FUNCIÓN AFÍN GRAFICAMENTE



TIPS

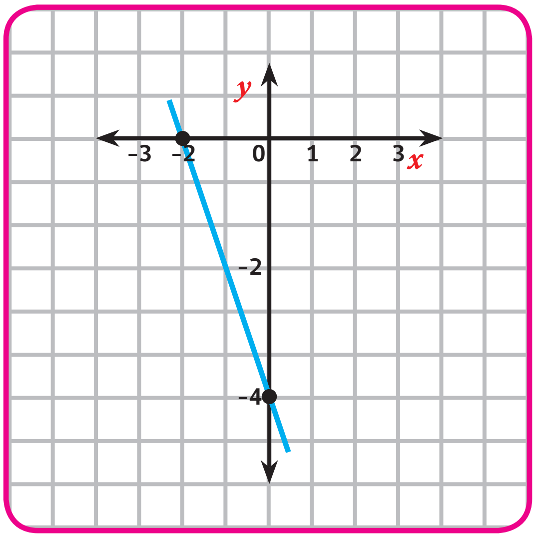
El coeficiente de posición es el punto de intersección de una recta con el eje y.

Con la gráfica podemos saber el valor del coeficiente de posición. En este caso el coeficiente de posición es 5 porque en ese valor se intersecta la recta con el eje y.

A continuación, se presentan funciones con sus respectivas gráficas:

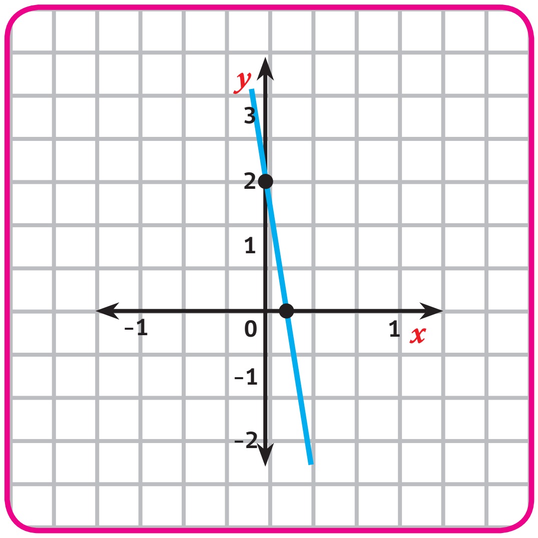
Ejemplos

$f(x) = -2x - 4$



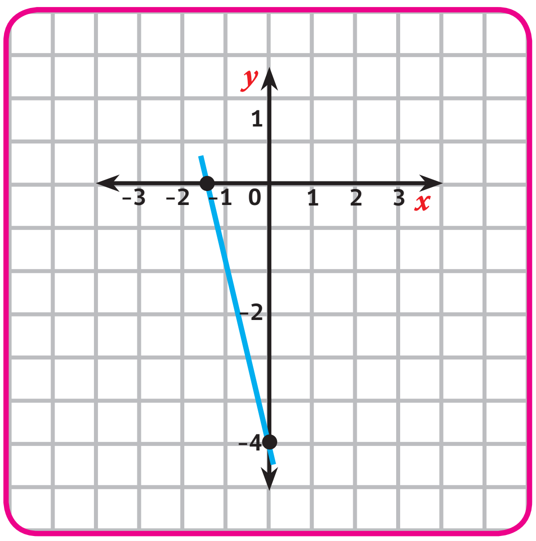
El coeficiente de posición es -4

$f(x) = -12x + 2$



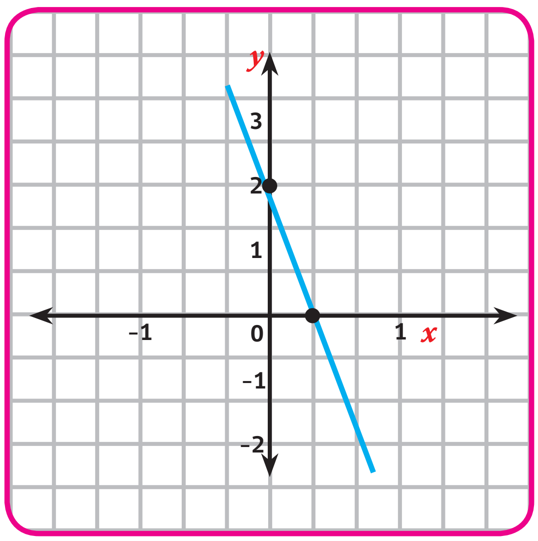
El coeficiente de posición es 2

$f(x) = -3x - 4$



El coeficiente de posición es -4

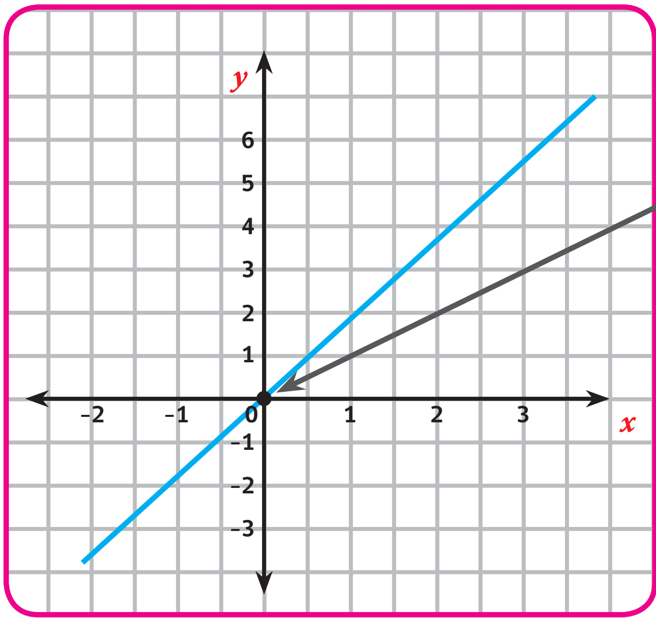
$f(x) = -6x + 2$



El coeficiente de posición es 2

COEFICIENTE DE POSICIÓN DE UNA FUNCIÓN LINEAL GRÁFICAMENTE

Gráficamente una función lineal es una recta que pasa por el origen del plano cartesiano, es decir su coeficiente de posición (n) es 0.



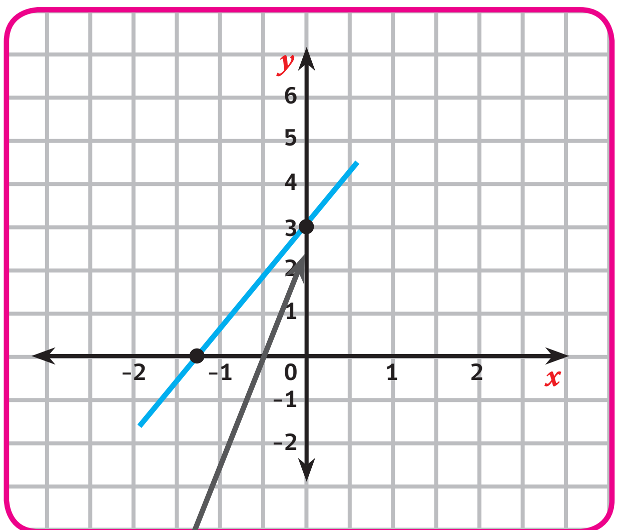
El coeficiente de posición es 0

TIPS

El coeficiente de posición nos indica si una función es lineal o afín. Si n = 0 se trata de una función lineal.

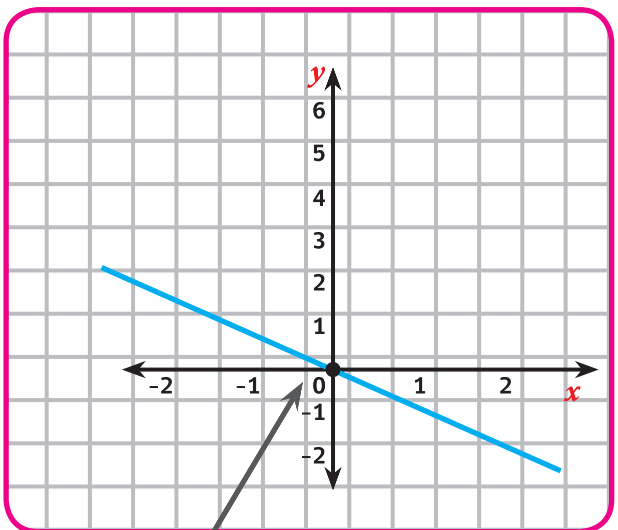
Ejemplos

1)



Es una función afín, porque en la gráfica podemos ver que el coeficiente de posición es 3, distinto de cero.

2)

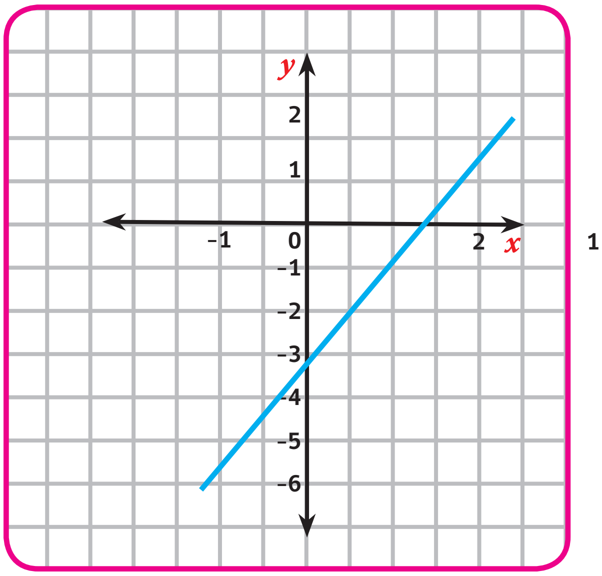


Es una función lineal, porque en la gráfica podemos ver que el coeficiente de posición es cero.

ACTIVIDAD

Escriba el coeficiente de posición de cada gráfica e indique si son funciones lineales o afines:

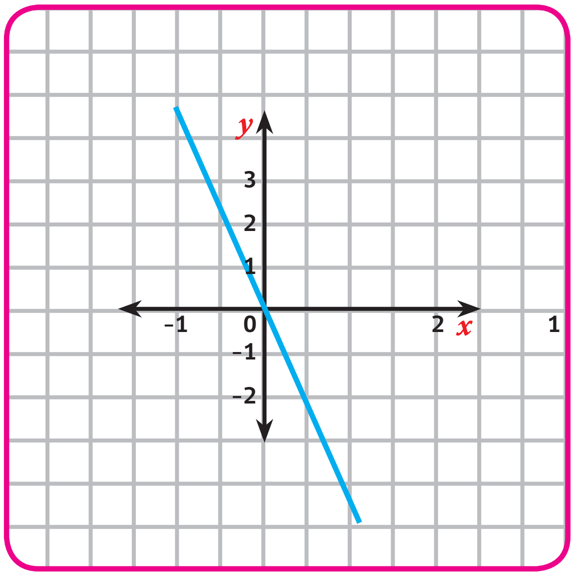
1)



n =

Tipo de función =

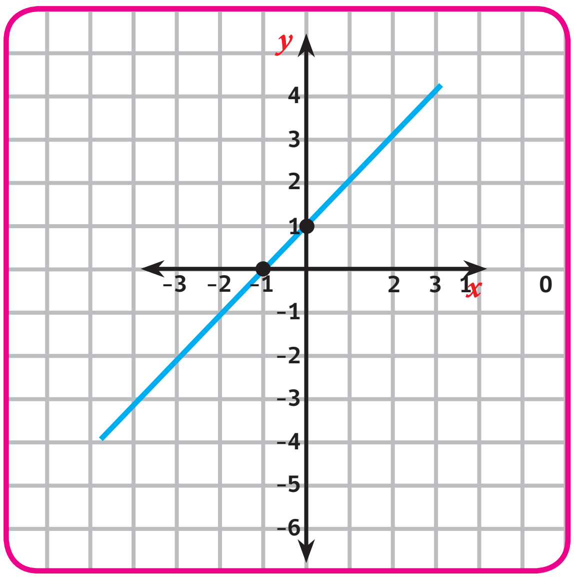
2)



n =

Tipo de función =

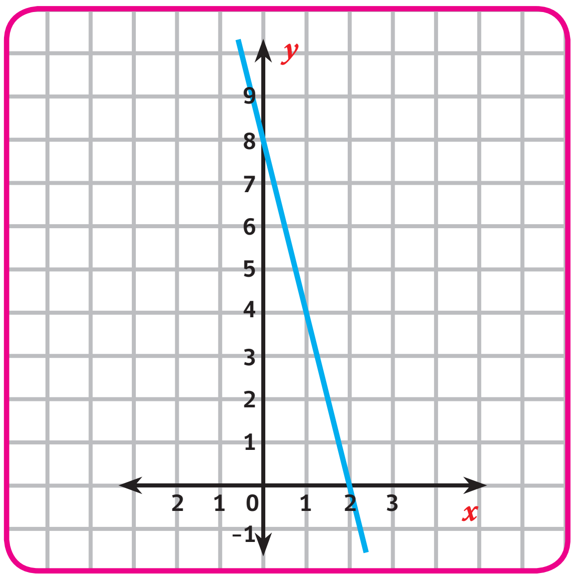
3)



n =

Tipo de función =

4)



n =

Tipo de función =

PENDIENTE

Se denomina pendiente a la inclinación de una recta respecto a la horizontal.

PENDIENTE DE UNA RECTA

Si los puntos $P_1\ (x_1, y_1)$ y $P_2(x_2, y_2)$ pertenecen a una recta, se define la pendiente m de esa recta como el cuociente entre la diferencia de coordenadas y y la diferencia de coordenadas x. Es decir:

$$m = \frac{y_2 - y_1}{x_2 - x_1} = \frac{y_1 - y_2}{x_1 - x_2}$$

Ejemplos

1) ¿Cúal es la pendiente de la recta que pasa por los puntos (1,5) y (3,9)?.

Tenemos la siguiente información:

$$(\underset{x_1}{1}\ ,\ \underset{y_1}{5}) \quad \text{y} \quad (\underset{x_2}{3},\ \underset{y_2}{9})$$

Reemplazamos estos valores en la expresión $m = \frac{y_2 - y_1}{x_2 - x_1}$

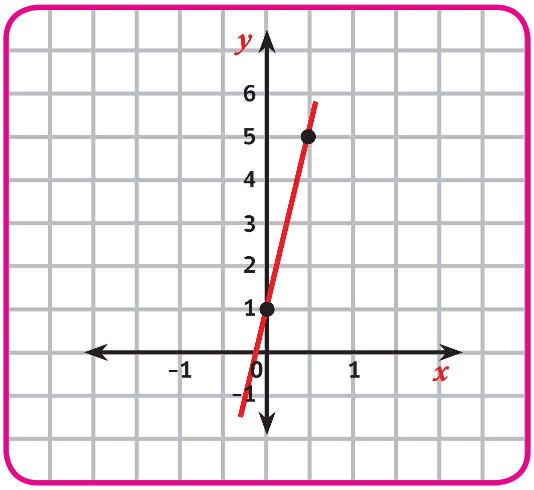
$$m = \frac{9 - 5}{3 - 1}$$

$$m = \frac{4}{2}$$

$$\boxed{m = 2}$$

2) ¿Cuál es la pendiente de la recta de la gráfica?

En la gráfica podemos ver que la recta pasa por los puntos (0,1) y $(\frac{1}{2},5)$.



(0, 1) $\quad (\frac{1}{2}, 5)$

$x_1 \quad y_1 \quad x_2 \quad y_2$

Reemplazamos estos valores en la expresión:

$$m = \frac{y_2 - y_1}{x_2 - x_1} \quad \text{o} \quad m = \frac{y_2 - y_1}{x_2 - x_1}$$

$$m = \frac{5 - 1}{\frac{1}{2} - 0} \quad \text{o} \quad m = \frac{1 - 5}{0 - \frac{1}{2}}$$

$$m = \frac{4}{\frac{1}{2}} = 8 \quad \text{o} \quad m = \frac{-4}{-\frac{1}{2}} = 8$$

$$\boxed{m = 8}$$

ACTIVIDAD **Resuelva los siguientes ejercicios:**

1) Calcule la pendiente de la recta que pasa por los puntos:

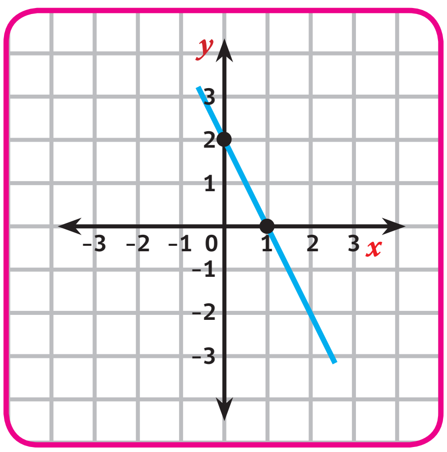
a) (7, 29) y (12,30)

b) (21, 5) y (11, 45)

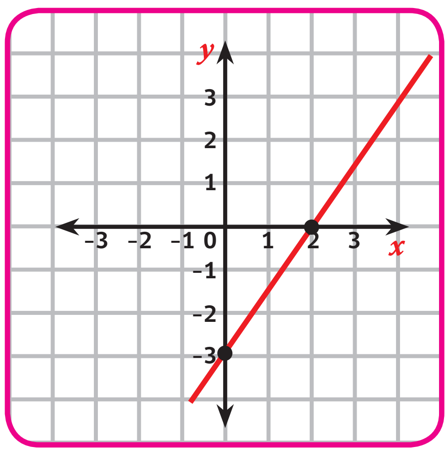
Actividad en el cuaderno

2) ¿Cuál es la pendiente de las siguientes rectas?

a)



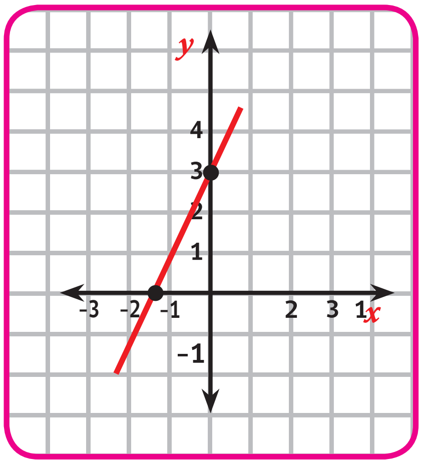
b)



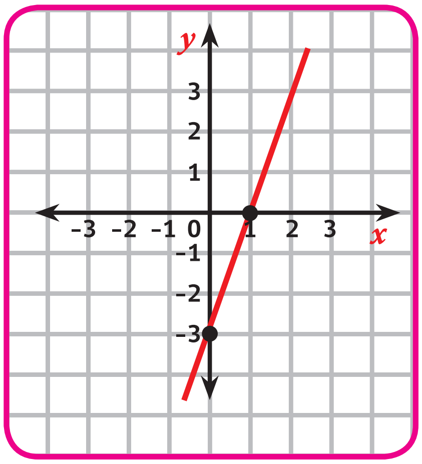
3) Observe los siguientes grupos de gráficas:

Grupo1

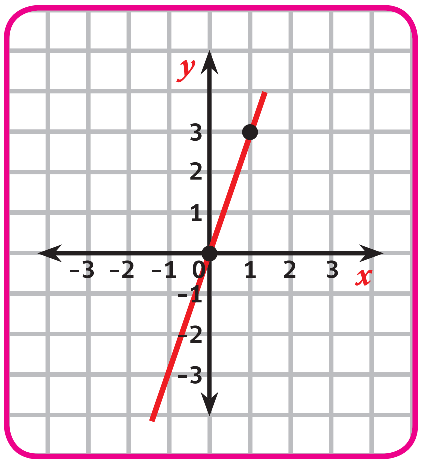
$f(x) = 2x + 3$



$f(x) = 5x - 3$

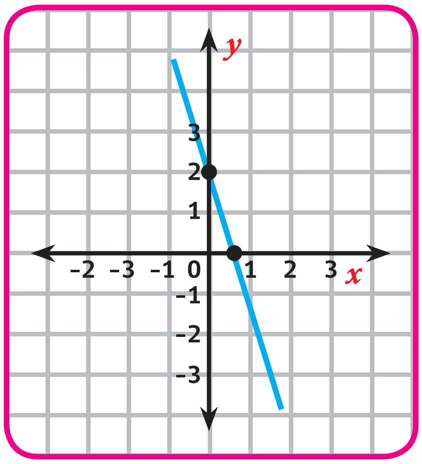


$f(x) = 3x$

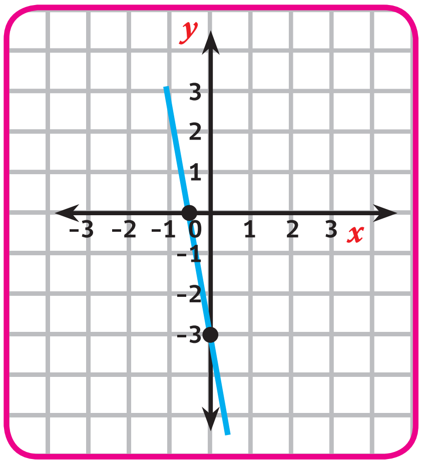


Grupo 2

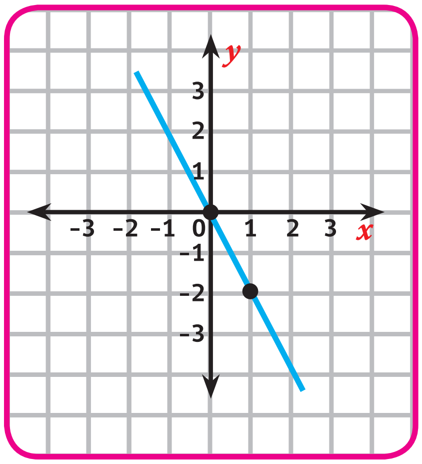
$f(x) = -3x + 2$



$f(x) = -7x - 3$



$f(x) = -2x$



Responda:

a) ¿Qué tienen en común las pendientes de las funciones del grupo 1?

. . . .

b) ¿Qué tienen en común las pendientes de las funciones del grupo 2?

. . . .

c) ¿Qué relación observas entre las gráficas y sus pendientes?

. . . .

TIPS

La pendiente nos indica si la función es creciente o decreciente:

- Si la pendiente es positiva ($m > 0$) entonces la función es creciente.
- Si al pendiente es negativa ($m < 0$) entonces la función es decreciente.

RAMPAS PARA MINUSVÁLIDOS EN EDIFICIOS

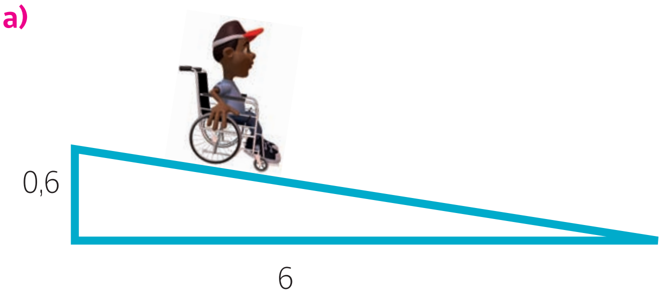
Cuando se planifica construir una rampa para personas con problemas de accesibilidad hay una normativa que define una serie de reglas que hay que cumplir, además del pavimento antideslizante y ubicación en el edificio, también se regula la pendiente de las rampas dependiendo de su longitud horizontal y su altura. La razón latitud y la longitud horizontal debe ajustarse de acuerdo a:

10 metros o más de longitud horizontal: → pendiente 0,08
Más de 3 metros y menos de 10 metros de longitud horizontal: → pendiente 0,1
Menos de 3 metros de longitud horizontal: → pendiente 0,12

Ejemplos

Veamos si las siguientes rampas cumplen la normativa:

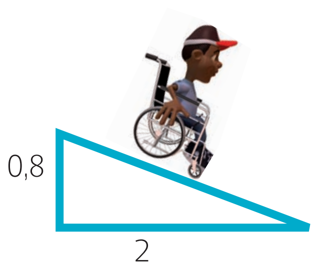
a)



Al realizar la división: $\frac{0{,}6}{6} \rightarrow 0{,}6 : 6 = 0{,}1$

La longitud horizontal es de 6 m, y la pendiente es 0,1 por lo tanto cumple con la norma.

b)

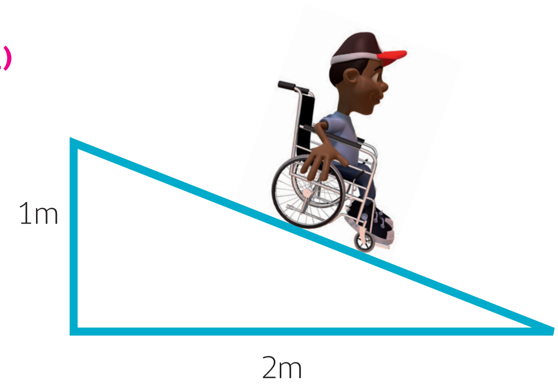


Al realizar la división: $\frac{0{,}8}{2} \rightarrow 0{,}8 : 2 = 0{,}4$

La longitud horizontal es de 2 m, y la pendiente es de 0,4 por lo tanto no cumple con la norma.

ACTIVIDAD Veamos si las siguientes rampas cumplen con la normativa

1)



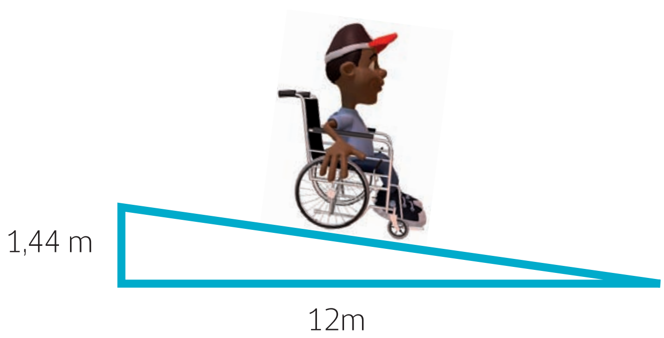
a) Realice la división:

b) ¿Cuál es la pendiente?

c) ¿Cuál es la longitud horizontal?

d) Esta rampa, ¿cumple con la norma?

2)



a) Realice la división:

b) ¿Cuál es la pendiente?

c) ¿Cuál es la longitud horizontal?

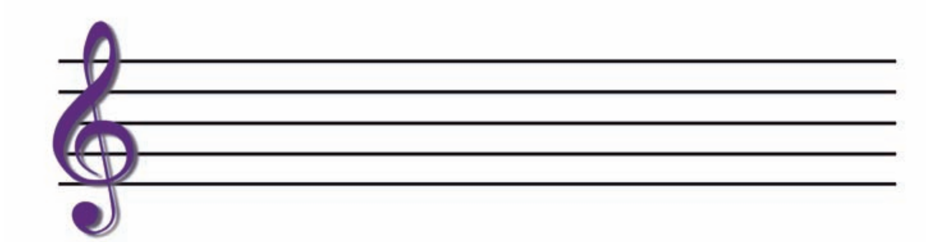
d) Esta rampa, ¿cumple con la norma?

Actividad en el cuaderno

Con sus compañeros midan una rampa para minusválidos. Dibujen la rampa y verifiquen si cumple o no la norma establecida.

RECTAS PARALELAS

Las rectas paralelas son las que tienen la misma inclinación y no presentan ningún punto en común, esto significa que nunca se cruzan.
En las siguientes imágenes puede observar rectas paralelas:



TIPS

Conclusión

Dos rectas en el plano son paralelas si tienen igual pendiente.

$$m_1 = m_2 \Leftrightarrow L_1 // L_2$$

Actividad en el cuaderno

Realice las siguientes ejercicios:

1) Grafique las siguientes rectas en un mismo plano cartesiano:

$y = 2x + 5$

$y = 2x - 3$

$y = 2x$

2) Grafique las siguientes rectas en un mismo plano cartesiano:

$y = -3x$

$y = -3x - 3$

$y = -3x + 1$

3) ¿Qué tienen en común las funciones de la actividad Nº 1?

4) ¿Qué tienen en común las gráficas de las funciones de la actividad Nº 1?

5) ¿Qué tienen en común las funciones de la actividad Nº 2?

6) ¿Qué tienen en común las gráficas de las funciones de la actividad Nº 2?

RECTAS PERPENDICULARES

Dos rectas son perpendiculares cuando forman un ángulo recto.
En las siguientes imágenes puede observar segmentos de rectas perpendiculares:

TIPS

Conclusión

Dos rectas en el plano son perpendiculares si al multiplicar sus pendientes obtenemos resultado -1.

$$m_1 \bullet m_2 = -1 \Leftrightarrow L_1 \perp L_2$$

Actividad en el cuaderno

Realice las siguientes actividades:

1) Grafique los siguientes pares de rectas en un mismo plano cartesiano:

a) $L_1: \ y = 2x$, $L_2: y = -\dfrac{1}{2}x$

b) $L_1: \ y = 5x$, $L_2: y = -\dfrac{1}{5}x - 3$

2) Señale las semejanzas que observe en la gráfica de las funciones de la actividad a) y b)

3) Multiplique entre sí las pendientes de las funciones de la actividad Nº 1.

CONSTRUCCIÓN DE LA ECUACIÓN DE UNA RECTA

Analizaremos cómo construir la ecuación de una recta de dos formas:

- Conociendo dos puntos de ella.
- Conociendo un punto y su pendiente.

1) Ecuación de la recta conocidos dos puntos

Al conocer las coordenadas de dos puntos $A(x_1, y_1)$ y $B(x_2, y_2)$ que pertenecen a una recta cuya ecuación está dada por:

$$\boxed{f(x) = \frac{y_2 - y_1}{x_2 - x_1}(x - x_1) + y_1}$$

Ejemplos:

1) Encuentre la función asociada a la recta que pasa por los puntos $A(2, 4)$ y $B(5, 10)$ y grafíquela. Tenemos la siguiente información:

$A(2, 4)$ y $B(5, 10)$

$x_1 \quad y_1 \quad x_2 \quad y_2$

Reemplazando en $f(x) = \dfrac{y_2 - y_1}{x_2 - x_1}(x - x_1) + y_1$

Tenemos $f(x) = \dfrac{10 - 4}{5 - 2}(x - 2) + 4$

$f(x) = \dfrac{6}{3}(x - 2) + 4 \longrightarrow f(x) = 2(x - 2) + 4 \longrightarrow f(x) = 2x - 4+4 \quad \boxed{f(x) = 2x} \longrightarrow$ Función lineal asociada a la recta que pasa por los puntos (2, 4) y (5, 10)

2) La relación entre los grados Celsius (ºC) y Fahrenheit (ºF) está dada por una función afín, y sabemos que el agua se congela a 32º F o 0º C y hierve a 212º F o 100º C. **¿Cómo podría expresar los grados Fahrenheit como función de los grados Celsius?**

Tenemos la siguiente información: (0, 32) y (100, 212)

(0, 32) y (100, 212)

$x_1 \quad y_1 \quad x_2 \quad y_2$

Reemplazando en $f(x) = \dfrac{y_2 - y_1}{x_2 - x_1}(x - x_1) + y_1$

Tenemos $f(x) = \dfrac{212 - 32}{100 - 0}(x - 0) + 32 \longrightarrow f(x) = \dfrac{180}{100}x + 32 \longrightarrow \boxed{f(x) = 1{,}8\,x + 32}$

Función que Representa ºF respecto de ºC

Actividad en el cuaderno

1) Encuentre la función asociada a la recta que pasa por los puntos (1, 8) y (5, 16).

2) Una recta pasa por los puntos (0,4) y (3,10) **¿Cuál es la función que la representa?**

3) Los costos de una mueblería (fijos y variables) se pueden calcular mediante una función afín. El costo de fabricar 10 muebles es \$ 900.000 y el de fabricar 6 muebles es de \$ 580.000.

a) ¿Cuál es la función de los costos?

b) Grafique la función costos.

2) Ecuación de la recta dado un punto y su pendiente

Al conocer las coordenadas de un punto que pertenece a una recta y su pendiente podemos encontrar su función utilizando la expresión:

$$f(x) - y_1 = m\,(x - x_1)$$

TIPS

Esta relación se conoce como ecuación punto pendiente.

Ejemplos:

1) Encuentre la ecuación de la recta de pendiente 5 que pasa por el punto (2, 6)

Solución: Tenemos la siguiente información:

$m = 5$ y $(\underset{x_1}{2}, \underset{y_1}{6})$

Reemplazando en $f(x) - y_1 = m(x - x_1)$

Tenemos
$$f(x) - 6 = 5\,(x - 2)$$
$$f(x) - 6 = 5x - 10$$
$$f(x) = 5x - 10 + 6$$
$$f(x) = 5x - 4$$

Respuesta: La ecuación de la recta de pendiente 5 que pasa por el punto (2, 6) es: $f(x) = 5x - 4$

2) Un taxista cobra un costo fijo por subir al taxi más \$ 550 por kilómetro recorrido. Un pasajero que recorre 4 kilómetros en el taxi canceló \$ 2.440.

Solución:

a) ¿Cuál es la función que representa el valor que debe cancelar un pasajero que recorre x kilómetros?

Datos

La pendiente es m = 550 porque es la razón entre el valor a cancelar y los kilómetros recorridos.

La función pasa por el punto (4, 2.440).

x : representa el número de kilómetros recorridos por un pasajero.

Procedimiento

Reemplazamos los datos en la fórmula $f(x) - y_1 = m(x - x_1)$

$$f(x) - 2.440 = 550(x - 4)$$

$$f(x) - 2.440 = 550x - 2.200$$

$$f(x) = 550x - 2.200 + 2.440$$

$$f(x) = 550x + 240$$

Respuesta: La función que representa el valor que debe pagar un pasajero que recorre x kilómetros es: $f(x) = 550x + 240$

b) ¿Cuál es el costo fijo por subir al taxi?

Analicemos la función:

$$f(x) = 550x + 240$$

Representa el valor a cancelar por cada kilómetro recorrido.

Representa el costo fijo por subir al taxi o «bajada de bandera».

Respuesta: El costo fijo es de \$ 240.

Actividad en el cuaderno

1) Dadas la pendiente y un punto, determine la ecuación de la recta en cada caso:

a) $m = 3$ $P(1, 4)$ **b)** $m = -1$ $P(-6, 2)$

2) En un negocio de reparación de llantas un trabajador tiene un sueldo diario formado por la suma de una base fija más $ 300 por cada llanta reparada. En cierto día del mes después de que había reparado 6 llantas, el empleado calculó que su sueldo diario era de $ 9.800.

a) **¿Cuál es la función que representa el sueldo del trabajador cuando arregla x llantas?**

b) **¿Cuál es el sueldo diario fijo del trabajador?**

c) **Grafique la función del sueldo del sueldo:**

3) Un andinista asciende un tramo de una montaña con una rapidez de 37 metros por hora. Después de 4 horas ha llegado a una altura de 1.122 metros.

a) **¿Cuál es la función que indica la altura en metros después de x horas?**

b) **¿A qué altura se encontraba cuando comenzó a escalar?**

c) **Grafique la función altura.**

Evaluación

Marque la alternativa correcta:

1) La función f asocia a cada número real la suma de su doble más uno.

¿Cuál es el valor de $f(3)$?

a) 7 **c)** 9

b) 8 **d)** 10

2) **¿Cuál de las siguientes funciones es afín de pendiente –5 y coeficiente de posición 3?**

a) $f(x) = -5x - 3$ **c)** $f(x) = 3x - 5$

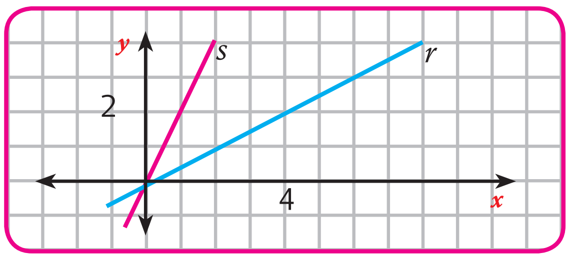
b) $f(x) = -5x + 3$ **d)** $f(x) = 3x + 5$

3) **¿Cuál de las siguientes funciones es decreciente?**

a) $f(x) = 2x - 1$ **c)** $f(x) = -2x + 1$

b) $f(x) = \frac{3}{5}x - 1$ **d)** $f(x) = -7 + 6x$

4) Dadas las siguientes rectas:



La pendiente de r:

a) Vale 2 **c)** Es menor que la de S

b) Es negativa **d)** Es mayor que la de S

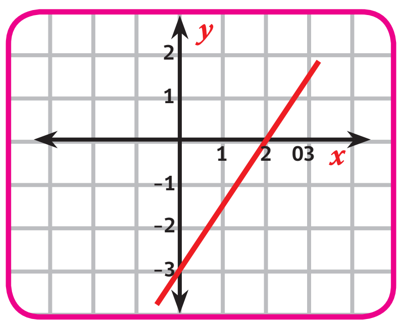
5) La función asociada a la gráfica de la imagen es:

a) $y = \frac{2}{3}x - 3$

b) $y = \frac{2}{3}x + 3$

c) $y = \frac{3}{2}x - 3$

d) $y = \frac{3}{2}x + 3$



II) Analice las siguientes situaciones y responda:

1) Un subsidio habitacional que apoya a clases emergentes en la compra de viviendas nuevas o usadas de 600 hasta 1.000 UF, entrega un monto que se calcula utilizando la función: $f(x) = 800 - 0{,}5x$, donde x representa el precio de la vivienda.

Complete la siguiente tabla con los montos de subsidio para viviendas según su valor:

x	$f(x)$		Interpretación
600	500	→	Si compra una casa de 600 UF recibirá 500 UF de subsidio.
650		→	
700		→	
800		→	
850		→	
900		→	
950		→	
1000		→	

2) En una cuenta de agua potable el cargo fijo es de $ 3.061, y el costo del m^3 de agua es de $ 260 en hora punta en el mes de octubre por un consumo de 14 m^3 se facturó $ 6.701. Considerando que el monto a cancelar se calcula mediante una función afín, **¿cuánto se facturó en diciembre si en ese mes el consumo fue de 28 m^3?**


AGUASdelvalle agua sana!

Boleta 43102489

www.aguasdelvalle.cl

Sr(a). J. VARGAS O.
SANTO DOMINGO 151 CO SANTO DOMINGO
COQUIMBO

Número Cliente 1299966-8

13-005-0010-K

Fechas de Lecturas			Lecturas		Consumos	
Actual	Anterior	Prox. Estimada	Actual	Anterior	Cliente	A Facturar
27-10-2007	27-09-2007	26-11-2007	73	70	3,00 m3	3,00 m3

DATOS DE CONSUMO

Clave de Lectura	LECTURA NORMAL
Fecha Emisión	03 - 11 - 2007
Número Medidor	112088
Diámetro de Arranque	013mm
Factor de Cobro	1,00

DETALLE DE FACTURACION	Unidades Facturadas	Valor Unitario	Total Parcial
Cargo Fijo			$ 678
Agua Potable	3.00 m3	$ 478.55	$ 1.436
Recolección	3.00 m3	$ 174.19	$ 523
Tratamiento	3.00 m3	$ 93.66	$ 281
Subtotal del mes			$ 2.918

Guía de trabajo Nº 2

Ángulos y rectas

Contenidos

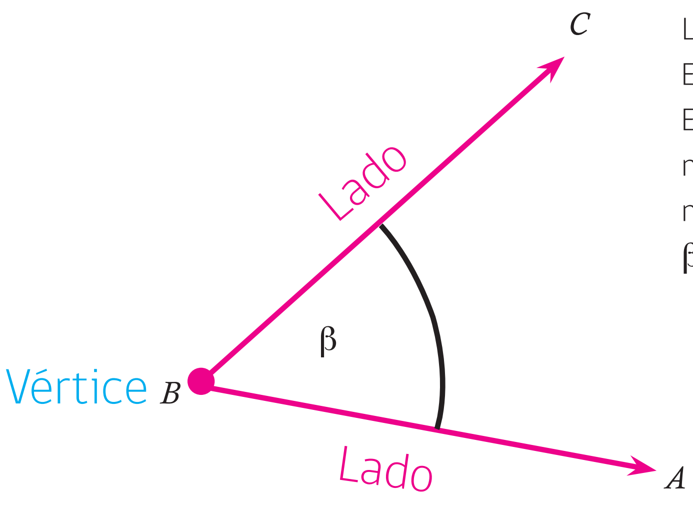
- Definición de ángulos.
- Medida de ángulos.
- Clasificación de ángulos según sus medidas.
- Rectas.
- Posiciones de las rectas en el plano cartesiano.

ÁNGULOS

Desde la antigüedad, astrónomos y navegantes utilizan ***ángulos*** para localizar estrellas en el cielo y orientarse según su posición.

¿Qué es un ángulo?
Es la abertura entre dos semirrectas que tienen el mismo origen llamado vértice. Las semirrectas forman los lados del ángulo. Un ángulo se designa por una letra griega o por tres letras, de manera que en medio se sitúe la letra que representa su vértice.

En el siguiente dibujo podemos observar un ángulo:



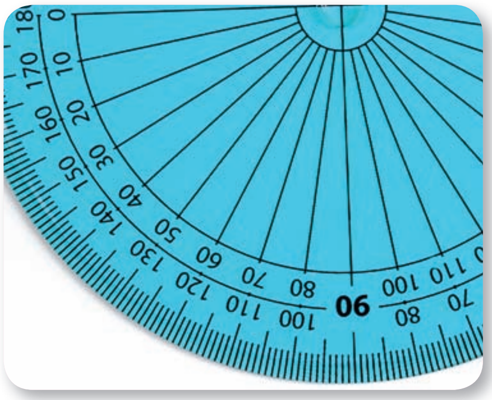
Los lados son las semirrectas $\overline{BC}$ y $\overline{BA}$.
El vértice es el punto B.
Este ángulo se lee ABC nombrando el vértice en medio, también se utilizan letras griegas para nombrar los ángulos, en este caso la letra griega β (beta).

TIPS

Otras letras griegas utilizadas para designar ángulos son:
α β γ δ ξ

MEDIDA DE UN ÁNGULO

La medida de un ángulo nos indica cuánto se abre. Para medir ángulos podemos utilizar como unidad el grado sexagesimal.

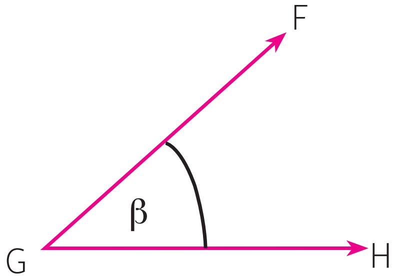


Grado sexagesimal

Podemos observar grados sexagesimales en los transportadores que utilizamos para medir ángulos. Los grados se expresan con la notación º, es decir cuando aparece 60º, nos referimos a 60 grados.

ACTIVIDAD **Escriba los elementos de los siguientes ángulos:**

1)

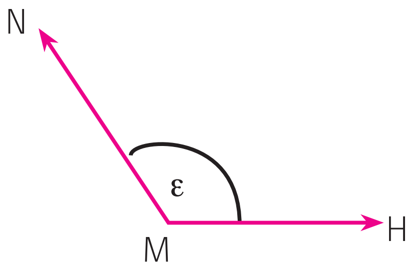


a) Los lados son: .... y ....

b) El vértice es: ....

c) Se lee .... o ....

2)



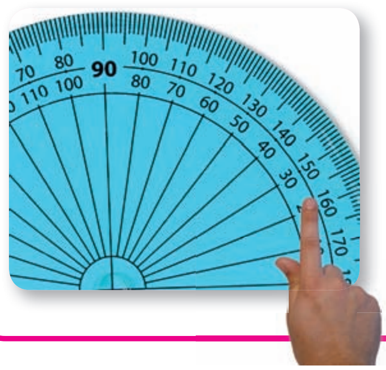
a) Los lados son: .... y ....

b) El vértice es: ....

c) Se lee .... o ....

TIPS

¿Cómo medir un ángulo?



Para medir un ángulo, se coloca el transportador sobre el ángulo de tal forma que su vértice coincida con el centro del transportador, generalmente marcado por un punto, y que uno de los lados coincida con la medida 0º.

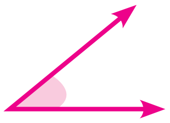
Los transportadores tienen normalmente dos listas de números que van en direcciones opuestas. Fíjese bien en usar la misma en la que coincidió el 0º con el lado del ángulo.

CLASIFICACIÓN DE ÁNGULOS SEGÚN SU MEDIDA

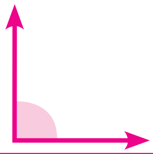
Los ángulos se clasifican según sus medidas en: agudos, rectos, obtusos y extendidos.

Clasificación de ángulos según su medida

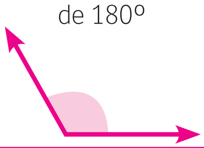
Agudo
Mide entre 0º y 90º grados.



Recto
Mide exactamente 90º



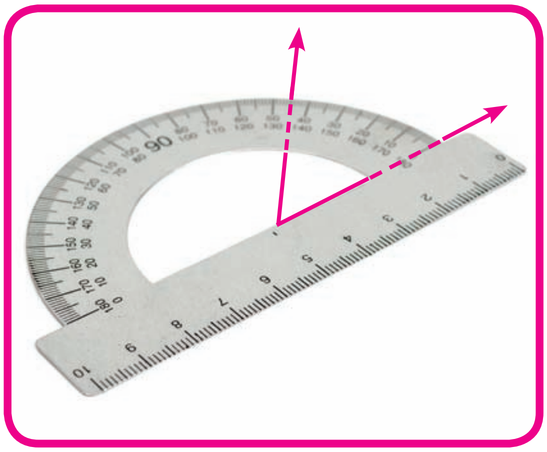
Obtuso
Mide más de 90º y menos de 180º



Extendido
Mide exactamente 180º

Ejemplo

Mediremos el siguiente ángulo:



1) Colocaremos el vértice en el centro del transportador.

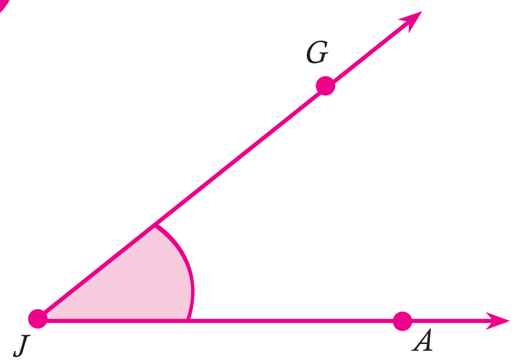
2) Haremos que uno de los lados del ángulo coincida con el 0 en la lista de grados superior o inferior.

3) Nos fijaremos con qué número coincide el otro lado del ángulo en la fila interior.
El lado del ángulo llega a 40 en la fila interior de números, por lo tanto el ángulo BAC mide 40º, o bien $m \measuredangle ABC = 40º$

Ingrese al siguiente sitio web, en él puede medir ángulos:

http://www2.gobiernodecanarias.org/educacion/17/WebC/eltanque/angulos/medida/medida_ap.html

Ejemplo



Al medir el ángulo con un transportador obtenemos: $m \sphericalangle AJG$ en grados sexagesimales.

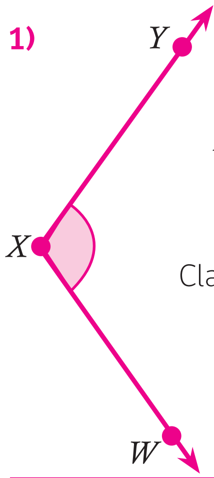
$m \sphericalangle AJG =$ 44°

Clasificación: ángulo agudo

Como la medida del ángulo está entre 0° y 90°, decimos que se trata de un ángulo agudo.

ACTIVIDAD **Mida con un transportador los siguientes ángulos y clasifíquelos según sus medidas:**

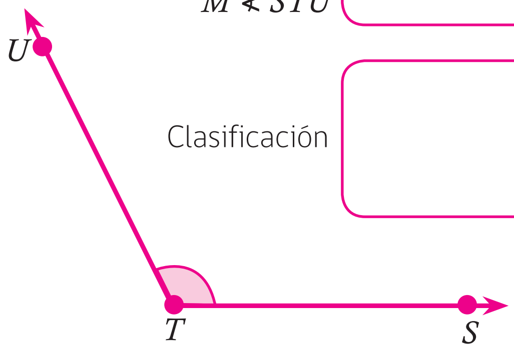
1)



$M \sphericalangle WXY$

Clasificación

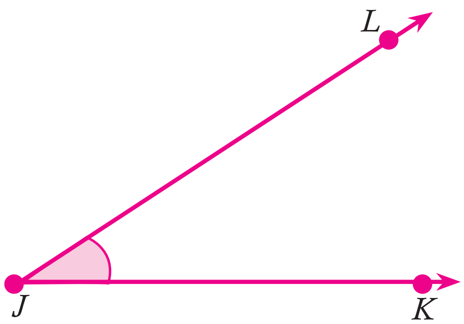
2)



$M \sphericalangle STU$

Clasificación

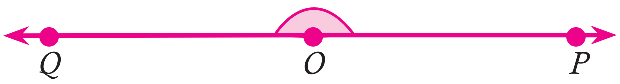
3)



$m \sphericalangle KJL$

Clasificación

4)

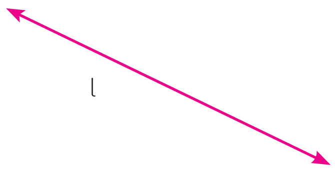
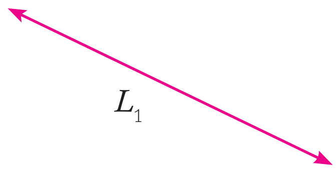


$m \sphericalangle POQ$

Clasificación

RECTAS

Es la idea de una línea que se extiende infinitamente en ambos sentidos sin cambiar de dirección.
Existen varias formas de nombrar una recta:

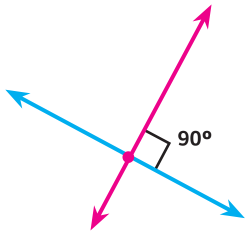
		
Me diante una letra minúscula, en este caso, l En esta recta los extremos se representan con flechas que indican que se extiende infinitamente.	$\overleftrightarrow{AB}$: Recta AB, note que sobre las letras AB se dibuja un trazo con punta de flecha en ambos extremos.	Mediante una letra mayúscula con subíndice, recta ele - sub - uno.

POSICIONES DE LAS RECTAS EN EL PLANO CARTESIANO

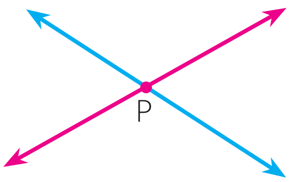
Anteriormente estudiamos el concepto de perpendicularidad y paralelismo de rectas en el plano cartesiano.

Recuerde que:

- Dos rectas son perpendiculares cuando al interceptarse forman ángulos de 90º.

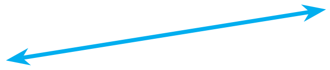


- Dos rectas son secantes o concurrentes cuando se interceptan en un punto, en este caso P: es el punto de intersección.



- Dos rectas son paralelas cuando tienen la misma pendiente o inclinación, están a la misma distancia y al prolongarse no tienen ningún punto en común.

- Dos rectas son coincidentes cuando tienen todos sus puntos en común.

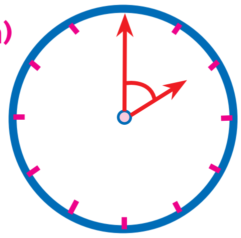


Evaluación

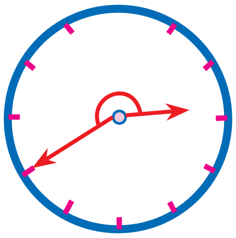
Marque la alternativa correcta:

1) Indique en cuál reloj su horario y minutero forman un ángulo agudo:

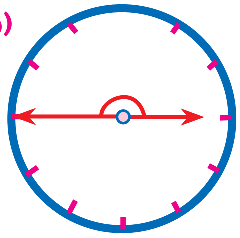
a)



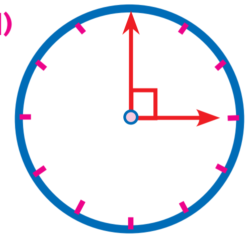
c)

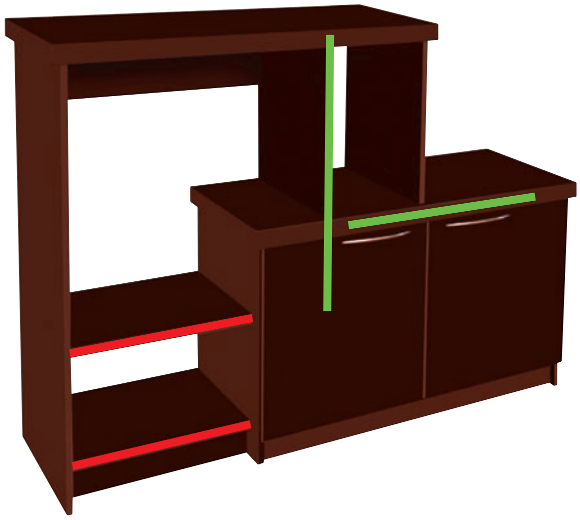


b)



d)



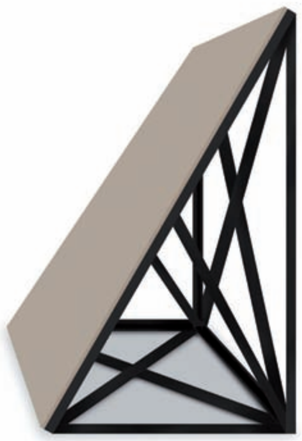


2) Las rectas marcadas en verde en la imagen son:

a) Secantes
b) Paralelas
c) Coincidentes
d) Perpendiculares

3) ¿Cuánto mide el ángulo de inclinación de la rampla de skate?. Ayúdese con un transportador.

a) 30º
b) 60º
c) 90º
d) 100º



Bibliografía

1. Decreto Supremo de Educación Nº 211 de 2009 que reemplaza el Decreto Nº 131 de 2003 sobre nivelación de estudios de adultos. MINEDUC.
2. Decreto Supremo de Educación Nº 257 de 2009 que deroga Decreto Supremo de Educación Nº 239 de 2004 sobre el marco curricular de la educación de adultos.
3. Peterson, John A. y cols. (1969). Teoría de la aritmética. Ciudad de México, México: Editorial Limusa-Wiley.
4. Zill, D. y Dewar, J. (1996) Álgebra y trigonometría. McGraw-Hill. Ciudad de México, México: Editora Prentice Hall.
5. Swokowski, E. y Cole, J. (2002). Álgebra y trigonometría con geometría analítica.12º Edición. Ciudad de México, México: Editorial Cengage.
6. www.librosvivos.net -20 de agosto de 2012-
7. Programa de estudios de educación de adultos del Ministerio de Educación.
8. Páginas de Internet recomendadas:

1. **Guía número 1:**
   Coordenadas en el plano - representación gráfica de funciones:
   www.amolasmates.es/pdf/Temas/3_ESO/Funciones%20y%20graficas.pdf
   Coordenadas de un punto en el plano:
   www.genmagic.org/mates2/merlicc1c.html

2. **Función afín, ejemplos con Geogebra:**
   www.geogebra.org/en/upload/files/JMeneses24/Rodolfo_Ramirez_y_Daniela_Osses_afin.html
   www.geogebra.org/en/upload/files/JMeneses24/Funcion_a_fin_Daniel_Vera.html

3. **Ecuación de la recta que pasa por dos puntos:**
   www.sectormatematica.cl/contenidos/dospuntos.htm

4. **Ecuación de la recta dado un punto y la pendiente**
   www.sectormatematica.cl/contenidos/ptopendiente.htm

5. **Guía número 2:**
   Ángulos:
   http://cl.tiching.com/link/435 (ejercicios de tipos de ángulos pero incorporan además ángulos complementarios, suplementarios, consecutivos, opuestos por el vértice)

6. **Ejercicios de clasificación de ángulos de acuerdo a su medida:**
   http://cl.tiching.com/link/2893 (ejercicios muy buenos de clasificación de ángulos de acuerdo a su medida pero incorporan además ángulos complementarios, suplementarios, consecutivos, opuestos por el vértice)

7. **Medición de ángulos:**
   www2.gobiernodecanarias.org/educacion/17/WebC/eltanque/angulos/medida/medida_ap.html

Ministerio de
Educación

Gobierno de Chile